

De verdeling van een taart

De vraag die we willen beantwoorden luidt: kunnen we een taart verdelen tussen drie personen op zo'n manier dat niemand jaloers is op het stuk dat de ander krijgt? Zo'n verdeling wordt "envy free" genoemd.

Als we een taart moeten verdelen tussen twee personen is dat geen probleem. Laat de ene persoon snijden en de andere persoon kiezen.

De persoon die snijdt zal dat op zo'n manier doen dat het stuk wat hij uiteindelijk krijgt niet minder is dan het andere stuk. De manier om dit te garanderen is de taart in twee gelijke stukken te verdelen, althans in de ogen van degene die snijdt.

Overigens is het niet zeker dat degene die snijdt zal besluiten het in twee gelijke stukken te verdelen. Het kan zijn dat hij weet dat de ander enorm houdt van de kers die op de taart zit. Hij kan dan de taart ongelijk verdelen omdat hij weet dat de ander het stuk zal kiezen waarop de kers zit. Maar ook deze verdeling is envy free.

Hoe doen we dit met drie personen?

Stel je voor dat je een zwevend mes hebt dat boven de taart hangt. Het mes beweegt langzaam naar rechts. Als iemand (maakt niet uit wie) stop zegt wordt op dat punt de taart afgesneden. De persoon die stop heeft gezegd krijgt het deel aan de linkerkant van het mes. Het overige deel van de taart wordt verdeeld tussen de andere twee personen op de manier zoals we net hebben besproken.

De persoon die stop heeft gezegd doet dat op het moment dat hij vindt dat $1/3$ van de taart wordt afgesneden. Immers zou hij dat niet doen en zou iemand anders op een later moment stop hebben gezegd dan had hij met de overgebleven persoon minder dan $2/3$ van de taart hebben moeten verdelen.



De vraag is echter of de verdeling die we nu hebben gevonden envy free is? Het antwoord luidt nee. Immers stel dat persoon A stop heeft gezegd op het moment dat hij vindt dat $1/3$ van de taart afgesneden wordt. Vervolgens wordt de rest van de taart door de overige twee personen verdeeld. Maar het zou natuurlijk kunnen dat B en C het overgebleven deel van de taart zo verdelen dat A jaloers is op het stuk taart van B of C. Immers het feit dat B en C niet jaloers zijn op elkaars stuk, en ook niet jaloers op het stuk van A, wil nog niet zeggen dat A niet jaloers kan zijn op het stuk van B of van C.

Je zou kunnen denken dat dit alles een beetje onbelangrijk is. Wat maakt het nu uit of de taart envy free verdeeld wordt?

Iedereen die wel eens op een kinderpartijtje is geweest weet dat een verdeling waarbij niemand jaloers is een groot goed is. Maar iedereen weet ook dat als volwassenen dingen moeten verdelen jaloezie een nog veel belangrijker punt wordt. Stel dat je een grondgebied moet verdelen onder drie landen. Hoe verdelen we het gebied zonder dat er daarna oorlog ontstaat? Een verdeling die envy free is zou nu van onschatbare waarde zijn.